Théorème de Thalès - Exercices

Exercice 1

Soit ABC un triangle. On mène les hauteurs $[BD]$ et $[CE]$ puis, dans le triangle ADE, on mène les hauteurs $[DF]$ et $[EG]$.

1. Démontrer que : $AD \times AE = AB \times AG = AC \times AF$.
2. Démontrer que (FG) et (BC) sont parallèles.

Exercice 2

Soit $ABCD$ un parallélogramme. Par le point A, on mène une droite sécante à (BD), (BC) et (CD) respectivement en M, P et Q.

1. Comparer les rapports $\frac{MB}{MD}$ et $\frac{MA}{MQ}$, puis $\frac{MB}{MD}$ et $\frac{MP}{MA}$.
2. Démontrer que : $MA^2 = MP \times MQ$.

Exercice 3

Soit ABC un triangle. La bissectrice intérieure de $\widehat{BAC}$ couple le segment $[BC]$ en D. Démontrer que : $\frac{DB}{AB} = \frac{DC}{AC}$.

Exercice 4

Soit $ABCD$ un quadrilatère inscrit dans un cercle. Soit M le point d'intersection des droites (AD) et (BC). Soit E le point de la droite (MA) tel que $ME = EC$. Soit F le point de la droite (MB) tel que $MF = MD$.

1. Comparer les directions des droites (AB) et (EF), puis les rapports $\frac{MA}{MB}$ et $\frac{ME}{MF}$.
2. Démontrer que : $MA \times MD = MB \times MC$.

Exercice 5

Soient A et B deux points du plan tels que $AB = 10\,\text{cm}$.

1. Construire les points M, N et P situés dans cet ordre, à partir de A, sur le segment $[AB]$ tels que l'on ait :
$$\frac{1}{3}AM = \frac{1}{2}MN = \frac{1}{7}NP = \frac{1}{4}PB$$
2. Calculer les longueurs AM, MN, NP et PB.

Exercice 6

Soit $ABCD$ un losange. Soit E le point de $[AD]$ tel que $AB = \frac{1}{3}AB$. Soit F le point de $[CD]$ tel que $CF = \frac{1}{3}CD$.

1. Démontrer que la droite (EF) passe par le centre K du losange.
2. La droite (EF) coupe (AD) en M et (BC) en N. Démontrer que : $ME = EF = FN$.
3. Démontrer que (BM) et (BD) sont perpendiculaires.

Exercice 7

Sur le côté $[BC]$ d'un triangle ABC, on construit le carré $BCDE$. La droite (AE) coupe (BC) en F et la droite (AD) coupe (BC) en G. La perpendiculaire en F à (BC) coupe (AB) en H et la perpendiculaire en G à (BC) coupe (AC) en I. Démontrer que $FGIH$ est un carré.

Exercice 8

Un tangente en I à un demi-cercle de diamètre $[AB]$ coupe en C et D les tangentes en A et B. On mène la perpendiculaire (IK) à (AB). Démontrer que les droites (AD), (BC) et (IK) sont concourantes.