Cas d'égalité de triangles - Exercices

Exercice 1

1. Démontrer que dans deux triangles égaux ABC et $A'B'C'$ les médianes $[AM]$ et $[A'M']$ sont égales.
2. Démontrer que dans deux triangles égaux ABC et $A'B'C'$ les bissectrices intérieures $[AD]$ et $[A'D']$ sont égales.

Exercice 2

On porte sur les côtés d'un angle $\widehat{xOy}$ respectivement deux longueurs égales OA et OB et l'on joint A et B à un point quelconque M de la bissectrice de l'angle $\widehat{xOy}$.

1. Comparer les triangles AOM et BOM.
2. Démontrer que $AM = BM$ et que $[OM)$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{AMB}$.

Exercice 3

Soit $ABCD$ un quadrilatère convexe tel que la droite (AC) est la bissectrice intérieure des angles $\widehat{DAC}$ et $\widehat{BCD}$ du quadrilatère. Comparer les triangles ABC et ADC. Quelles conséquences pouvons-nous en tirer ?

Exercice 4

Soient $[AB]$ et $[CD]$ deux diamètres pris dans deux cercles de même centre O.

1. Comparer les triangles AOC et BOD, puis les triangles AOD et BOC.
2. Comparer les côtés opposés et les angles opposés du quadrilatère $ACBD$.

Exercice 5

Soient $\widehat{AOB}$ et $\widehat{DOC}$ deux angles au centre dans un cercle de centre O, tous les deux adjacents à l'angle $\widehat{BOD}$.

1. Comparer les triangles AOB et COD.
2. Comparer les triangles AOD et COB.
3. Démontrer que les angles $\widehat{BAD}$ et $\widehat{BCD}$ sont égaux.
4. Démontrer que les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ADC}$ sont égaux.

Exercice 6

Démontrer que lorsque deux triangles ABC et $A'B'C'$ ont deux côtés respectivement égaux ainsi que la médiane relative à l'un deux, alors ces triangles sont égaux.

Exercice 7

On cherche à démontrer que lorsque deux triangles ABC et $A'B'C'$ ont deux côtés respectivement égaux $AB = A'B'$ et $AC = A'C'$ ainsi que la médiane relative au troisième côté $AM = AM'$, alors ces deux triangles sont égaux.

1. On prolonge AM et $A'M'$ d'une longueur égale $MD = M'D' = AM$.
   Comparer les triangles ABM et DCM.
2. Comparer les triangles ACD et $A'C'D'$.
3. Comparer les triangles ACM et $A'C'M'$.
4. Conclure.

Exercice 8

Soient ABC et $A'B'C'$ deux triangles égaux. Que peut-on dire des triangles obtenus en joignant dans chacun d'eux les pieds des hauteurs, les pieds des bissectrices ou les pieds des médianes ?

Exercice 9

Soit $ABCD$ un quadrilatère tel que $AB = AD$ et $BC = DC$.

1. Démontrer que (AC) est la médiatrice du segment $[BD]$ et la bissectrice des angles $\widehat{DAB}$ et $\widehat{BCD}$.
2. Soit M le milieu du segment $[AC]$. Comparer MB et MD et les angles $\widehat{AMB}$ et $\widehat{AMD}$.

Exercice 10

Soit ABC un triangle tel que $AB < AC$. Soit $D \in [AC]$ tel que $AD = AB$. Le cercle de centre A et de rayon AC et le cercle de centre D et de rayon BC se coupent en E et F.

1. Démontrer que l'un de ces points, E, par exemple, appartient à la droite (AB).
2. Comment sont placés E et F par rapport au segment $[AC]$?
3. Que représente la droite (AC) pour les angles $\widehat{BAF}$, $\widehat{ECF}$ et $\widehat{EDF}$?

Exercice 11

Le champ d'un agriculteur a la forme d'un parallélogramme $ABCD$. Il est coupé par deux routes (AN) et (MC) perpendiculaires à (AB). L'agriculteur désire vendre une des deux parties triangulaires. Laquelle devrait-il vendre pour en tirer le plus grand profit, sachant que le prix au mètre carré est le même. Pourquoi ?

Exercice 12

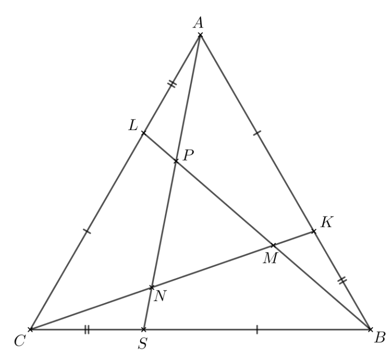
1. Un diamètre d'un cercle qui coupe une corde qui n'est pas un diamètre en son milieu lui est perpendiculaire. Pourquoi ?
2. Démontrer que, si dans un triangle, la bissectrice intérieure d'un angle est aussi la hauteur issue du sommet de cet angle, alors ce triangle est isocèle.

Exercice 13

Soit ABC un triangle équilatéral. Soient $M \in [AB]$, $N \in [BC]$ et $P \in [CA]$ tels que $AM = BN = CP$. Démontrer que le triangle MNP est équilatéral.

Exercice 14

On considère la figure suivante :



Démontrer que le triangle MNP est équilatéral.

Exercice 15

Soit BAC un triangle. Soient $D \in [AC]$, $E \in [AB]$ tels que $BE = CD$ et $EC = BD$. Démontrer que le triangle BAC est isocèle.

Exercice 16

Démontrer que deux points d'une corde d'un cercle qui sont à égale distance des extrémités de celle-ci sont à égale distance du centre du cercle.